## 1 Модель Джелински-Моранды

### **1.1 Теоретическое введение**

Модель Джелински - Моранды (Z. Jelinski, P. Moranda) предложена в 1996 г. Иначе данная модель называется моделью роста надежности. Она основана на предположении об экспоненциальной зависимости плотности вероятности интервалов времени между проявлением ошибок от интенсивности ошибок. Кроме того, в модели полагается, что интенсивность ошибок на каждом случайном интервале времени линейно зависит от количества оставшихся в программе ошибок.

Если допустить, что ошибка после ее каждого проявления устраняется и при этом в программный модуль не вносятся новые, то интенсивность ошибок λ(ti) на интервале ti,- определяется следующим соотношением:



(1)

где N - количество ошибок до начала тестирования; i = 1**...** т (т -число ошибок, обнаруженных во время тестирования**);** к - коэффициент пропорциональности.

Для плотности вероятности ошибки p() на случайном интервале справедливо выражение:

 (2)

Применяя для двух неизвестных этого уравнения (ими в выражении (2) являются величины к иN) метод максимального правдоподобия, авторы этого метода оценки надежности программных средств получили следующую систему из двух уравнений:



(3)

.

где n-количество обнаруженных в процессе тестирования ошибок

Уравнения, образующие систему (3), представляют модель Джелински - Моранды, позволяющей оценить количество ошибок в программе до начала тестирования N по количеству обнаруженных ошибок n.

Для упрощения расчетов считают, что каждый тест может обнаружить только одну ошибку. Продолжительность интервала тестирования ti, измеряется не в единицах времени, а количеством тестов, которое потребовалось для обнаружения очередной ошибки. Таким образом, если очередная ошибка обнаруживается одним тестом, то интервал времени равен единице. Если ошибка обнаруживается т тестами (т. е. тест с номером т - 1 не обнаружил ошибки, в тесте т ошибка была обнаружена), то интервал времени равен т (рисунок 1).

7

6

5

4

3

2

1

t

m

1

2

3

Рисунок 1 - Учет интервалов времени при выявлении ошибок

Важным условием применимости на практике модели Джелински -Моранды является соответствие результатов тестирования допущению об уменьшении интенсивности ошибок после устранения очередной ошибки. Подтверждением этого соответствия должно быть увеличение интервалов времени (количества тестов) для обнаружения каждой последующей ошибки. Таким образом, модель Джелински - Моранды основывается на соблюдении следующих условий:

* экспоненциальная зависимость плотности вероятности интервалов времени между появлением ошибок;
* интенсивность ошибок линейно зависит от количества оставшихся ошибок на любом случайном интервале;
* каждый тест находит только одну ошибку;
* после каждого появления ошибка устраняется и не вносится новая ошибка.

В силу того, что с течением времени интенсивность ошибок уменьшается и растет интервал между проявлением ошибок, модель Джелински - Моранды в некоторых источниках называют моделью роста надежности.

### **2. Задачи по применению модели Джелински - Моранды**

Задача 1. Определение количества ошибок до начала тестирования

В результате тестирования программы серией из четырех случайно выбранных из набора тестов обнаружено 2 ошибки. Ошибки обнаружены первым и третьим тестами. Требуется определить количество ошибок N в программе до начала тестирования.

Решение задачи

Модель надежности Джелински - Моранды представляет собой систему уравнений (3). Важнейшим условием применимости этой модели на практике является соответствие результатов тестирования принятому допущению об уменьшении интенсивности ошибок после устранения очередной ошибки.

Свидетельством подтверждения этого соответствия должен быть факт увеличения интервалов времени (количества тестов) для обнаружения каждой последующей ошибки.

Проанализируем исходные данные поставленной задачи:

* общее количество обнаруженных ошибок n = 2;
* интервал продолжительности обнаружения первой ошибки t1 = 1, так как ошибка обнаружена при проведении одного (причем первого) теста;
* интервал продолжительности обнаружения второй ошибки t2 = 2 (ошибка обнаружена при проведении третьего теста);
* интервал обнаружения второй ошибки больше интервала обнаружения первой ошибки (t2 > t1), что не противоречит условию применимости модели Джелински - Моранды.

Таким образом, можно записать



Полученное уравнение необходимо решить относительно переменной N.

В результате математических преобразований полученное уравнение приобретает следующий вид:



из чего следует N=2.

Таким образом, в соответствии с моделью Джелински - Моранды до начала тестирования в программе содержалось две ошибки.

Задача 2. Определение количества ошибок в программе, не устраненных после проведения тестирования

В результате тестирования программы серией из четырех случайно выбранных из набора тестов обнаружено 2 ошибки. Ошибки обнаружены первым и четвертым тестами. Все ошибки исправлены сразу после обнаружения. В предположении, что исправление ошибок не повлекло появление новых ошибок, требуется оценить количество оставшихся в программе ошибок. Результаты расчетов округлять в большую или меньшую сторону по стандартным правилам (например, если округлить число 2,3, то получим 2, а если округлить 2,5 или 2,6, то после округления получим 3).

Решение задачи

Проанализируем исходные данные поставленной задачи в соответствии с моделью Джелински - Моранды:

* общее количество обнаруженных ошибок n= 2;
* интервал продолжительности обнаружения первой ошибки t1=1, так как ошибка обнаружена при проведении одного (причем первого) теста;
* интервал продолжительности обнаружения второй ошибки t2=3***,*** так как ошибка обнаружена при проведении четвертого теста;
* интервал обнаружения второй ошибки больше интервала обнаружения первой ошибки (t2 > t1), что не противоречит условию применимости модели Джелински - Моранды.

Таким образом:

Полученное уравнение необходимо решить относительно переменной N.

В результате математических преобразований полученное уравнение приобретает следующий вид:



из чего следует N = 1,5 ≈ 2.

Таким образом, в соответствии с моделью Джелински - Моранды до начала тестирования в программе содержалось две ошибки, и две ошибки было обнаружено в процессе тестирования. Следовательно, в программе осталось N- п = 0 необнаруженных ошибок.

## **3. Эвристическая модель**

### **3.1. Теоретическое введение**

Эвристическая модель оценки надежности программных средств позволяет оценить количество ошибок N до начала тестирования по результатам тестирования программы двумя независимыми группами. Для этого применяется следующее выражение:



(7)

где N1 - количество ошибок, обнаруженных первой группой тестирующих; N2 - количество ошибок, обнаруженных второй группой тестирующих; N1,2 - количество ошибок, которые обнаружила и первая, и вторая группа (общие обнаруженные ошибки).

Эвристическая модель хорошо работает при «перекрестном» тестировании программ несколькими группами тестировщиков, поскольку обеспечивает достаточно легкую обработку получаемых результатов.

### **3.2 Задачи по применению эвристической модели**

Задача 1

Программа тестируется двумя независимыми группами тестировщиков, которые силами групп выявили в программе 40 и 20 ошибок соответственно. При этом оказалось, что 10 ошибок - общие, их нашли обе группы. Требуется оценить общее количество ошибок в программе до начала тестирования и сделать вывод о необходимости продолжения тестирования или возможности его завершении.

Решение задачи

Из условия задачи нам известны следующие исходные данные:

количество ошибок, обнаруженных первой независимой группой тестировщиков (N1 = 40);

количество ошибок, обнаруженных второй независимой группой тестировщиков (N2 = 20);

количество ошибок, обнаруженных как первой, так и второй группой тестировщиков (N1,2 = 10).

Согласно формуле (7) определения общего числа ошибок N получим:

Таким образом, можно считать, что в программе N = 80 ошибок и из них не обнаружено 80 - 40 - 20 + 10 = 30 ошибок. Следовательно, отладку программы и ее тестирование необходимо продолжать.

Задача 2

Две независимые группы тестировщиков проводили тестирование программного средства. Первая группа обнаружила 15 ошибок, а вторая - 20. На основании результатов тестирования было определено, что до начала тестирования в программе содержалось 42 ошибки.

Необходимо определить, сколько ошибок было обнаружено как первой, так и второй группой.

Решение задачи

Таким образом, нам известны следующие исходные данные:

* количество ошибок, обнаруженных первой независимой группой тестировщиков (N1 = 15);
* количество ошибок, обнаруженных второй независимой группой тестировщиков (N2 = 20);
* общее количество ошибок (N = 42).

Из соотношения (7) можно непосредственно получить искомый результат:

Следовательно, первой и второй группами тестировщиков найдено 7 общих ошибок.

## **4 Модель Нельсона**

### **4.1 Теоретическое введение**

Классической измерительной моделью надежности является известная модель Нельсона, предложенная в 1978 г. Модель основана на выделении областей исходных данных *Ei*покрывающих все множество вариантов их использования в программе Е:

Множество результатов выполнения программы F(E) определяется композицией результатов по всем вариантам данных F(Ei):

******

(8)

Выражение (8) позволяет определить программу как описание некоторой вычисляемой функции F на множестве всех значений наборов входных данных Е.

Если обозначить Fф(Ei) множество фактических результатов выполнения программы на наборе *Ei*, то множество правильных значений будет определяться условием:

(9)

где εi - допустимое расхождение между правильным (эталонным) и фактическим результатом выполнения программы на наборе Еi.

Рабочим отказом считается ситуация, при которой выполняется условие:



(10)

или программа «зацикливается» (выполняется бесконечное продолжение работы программы, при котором программа не может закончиться). При этом предполагается, что выбор любого набора исходных данных Ei⊂E равновероятен.

Мощность всего множества наборов исходных данных Е обозначим символом N. Множество, состоящее из всех наборов Ei, для которых получены неудовлетворительные результаты, обозначим *Eo.* Мощность множества *Eo* обозначим No. Совокупность действий, включающих ввод Ei и выполнение программы, которое заканчивается получением результата Fф(Ei) или рабочим отказом, называется прогоном программы. Следует заметить, что входные данные, образующие набор Ei не обязательно должны подаваться на вход одновременно.

При этих допущениях справедливо утверждать следующее: вероятность Р того, что прогон программы приведет к рабочему отказу, равна вероятности того, что набор данных *Ei,* который использовался в прогоне, принадлежит множеству Еo. Тогда вероятность появления ошибки при прогоне программы на входном наборе, случайно выбранном из числа равновероятных, определяется следующим выражением:

******

(11)

Вероятность R того, что прогон программы на наборе входных данных Ei, случайно выбранном из Е среди равновероятных наборов, приведет к приемлемому результату, определяется выражением:

******

(12)

Если выбор набора данных из множества Е не равновероятен, а возможны какие-либо приоритеты выбора набора данных, то для оценки надежности программы следует использовать другое выражение:

(13)

где pi - вероятность (частота) использования i-го набора исходных данных, уi - динамическая переменная, которая принимает нулевое значение, если прогон заканчивается приемлемым результатом, и значение 1, если прогон заканчивается рабочим отказом.

Вероятность R(n) успешного выполнения n прогонов программы при независимом для каждого прогона выборе исходных данных определяется выражением:

(14)

Эту вероятность R(ni) можно представить в следующем виде:

(15)

где pj - вероятность отказа для *j*-го прогона.

Дальнейшие преобразования формулы (15) показывают значительное сходство с технологией определения безотказности, принятой в теории надежности технических устройств. Модель Нельсона в наибольшей степени отражает традиционный подход, принятый для определения надежности технических устройств, для измерения надежности программ.

## **4.2. Задачи по применению модели Нельсона**

Задача 1

Для испытания программы использовалось 20 наборов исходных данных, которые равновероятно выбирались для прогона 20 тестов. При этом 10 тестов обнаружили дефекты программного обеспечения. Требуется провести расчет надежности программного обеспечения по результатам испытаний.

Решение задачи

В соответствии с моделью Нельсона надежность программного обеспечения по результатам испытаний определяется вероятностью R того, что прогон программы на наборе входных данных *Ej,* случайно выбранном из Е среди равновероятных, приведет к приемлемому результату, который вычисляется в соответствии со выражением (12).

Из условия задачи общее количество тестов N = 20, количество тестов с обнаружением дефектов программы N0= 10. Подставим исходные данные в расчетную формулу

R =1 --N0/N= 1-10/20 = 1-0,5 = 0,5.

Таким образом, вероятность R события, при котором прогон программы на заданном наборе исходных данных не приведет к рабочему отказу, равна 0,5.

Задача 2

Для испытания программы использовалось 30 наборов исходных данных, которые выбирались в соответствии с функцией распределения частот, значения которой представлены ниже.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Частота | Исход | № | Частота | Исход |
| N теста | Частота выбора  теста | Исход прогона  теста | N теста | Частота выбора  теста | Исход прогона  теста |
| 1 | 0,04 | 1 | 16 | 0,01 | 0 |
| 2 | 0,01 | 0 | 17 | 0,02 | 1 |
| 3 | 0,03 | 0 | 18 | 0,01 | 0 |
| 4 | 0,05 | 0 | 19 | 0,03 | 1 |
| 5 | 0,02 | 1 | 20 | 0,19 | 0 |
| 6 | 0,03 | 0 | 21 | 0,03 | 1 |
| 7 | 0,05 | 1 | 22 | 0,02 | 0 |
| 8 | 0,01 | 0 | 23 | 0,04 | 1 |
| 9 | 0,04 | 0 | 24 | 0,01 | 1 |
| 10 | 0,01 | 0 | 25 | 0,02 | 1 |
| 11 | 0,02 | 1 | 26 | 0,01 | 1 |
| 12 | 0,07 | 0 | 27 | 0,03 | 1 |
| 13 | 0,01 | 0 | 28 | 0,06 | 1 |
| 14 | 0,02 | 1 | 29 | 0,02 | 1 |
| 15 | 0,05 | 1 | 30 | 0,04 | 1 |

В 17 тестах были обнаружены ошибки. Все исходы прогонов, закончившиеся отказом, в таблице обозначены единицами. Определить надежность программы по результатам испытаний.

Решение задачи

Если набор данных для тестирования программы не равновероятен, то для оценки надежности программы используют соотношение (13). Подставим исходные данные, приведенные в таблице, в формулу для расчета:

R= 1 - (0,04 \* 1+0,02 \* 1+0,05 \* 1 +0,02 \* 1 +0,02 \* 1+0,05 \* 1 + 0,02 \* 1 + 0,03 \* 1 + 0,03 \* 1 + 0,04 \* 1 + 0,01 \* 1 + 0,02 \* 1 + 0,01 \* 1 + 0,03 \* 1+0,06\*1+0,02\* 1+0,04\* 1)= 1-0,51 =0,49.

Таким образом, вероятность события R, что прогон программы на заданном наборе исходных данных не приведет к рабочему отказу, равна 0,49.

Задача 3

При испытании программы провели 20 прогонов тестов. По результатам испытаний было установлено, что вероятность отказа программы при равновероятном выборе набора данных составляет 0,3. Определить количество дефектов, выявленных в процессе испытания программы.

Решение задачи

В соответствии с моделью Нельсона надежность программного обеспечения по результатам испытаний при использовании равновероятно выбираемого набора данных определяется вероятностью R, которая рассчитывается в соответствии с выражением (12).

Тогда количество дефектов No, которые обнаружены при тестировании, определяем следующим образом:

N0 = (1 -R) \* N= (1 -0,3) \* 20 = 0,7 \* 20 = 14.

Таким образом, при испытании программы выявлено 14 дефектов.